Este problema de optimización requiere trabajar con variables adecuadas y ecuaciones para maximizar el volumen de un armario rack sujeto a las restricciones del enunciado. Aquí te guiaré paso a paso para resolver cada parte del taller:

**Paso 1: Definir las variables y plantear la función del volumen**

Vamos a definir las dimensiones del armario rack:

* **Ancho**: x
* **Altura**: y
* **Profundidad**: z

Según el enunciado:

* El frente del armario es 25 cm más ancho que alto, lo cual significa que:
* El perímetro de la cara lateral de menor área (presumiblemente el lado de dimensiones y z) es de 245 cm:

Simplificamos para encontrar z en términos de y:

**Función del volumen**

El volumen de un paralelepípedo está dado por:

Sustituyendo y

Desarrollamos la expresión:

Esta será la función de volumen en términos de la variable y.

**Paso 2: Encontrar el máximo de la función**

Para maximizar , derivamos la función respecto a , igualamos a cero y resolvemos:

1. Derivamos respecto a y encontramos que el punto crítico es aproximadamente .
2. Evaluamos la función en este punto y hallamos que el volumen máximo es de aproximadamente **357513.77 cm³**.

**Paso 3: Representar gráficamente la función y señalar el punto máximo**

La gráfica de con respecto a mostrará cómo el volumen cambia al variar la altura . Graficaremos esta función para encontrar visualmente el punto máximo y corroborar el valor obtenido en el paso anterior.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

**Paso 4: Hallar las dimensiones óptimas**

Con el valor de que maximiza , sustituimos en las relaciones de y :

Estas serán las dimensiones óptimas del armario rack.

Con :

Por lo tanto, las dimensiones del armario rack son:

* **Ancho**:
* **Altura**:
* **Profundidad**:

**Paso 5: Dibujo del armario rack**

Realizaremos un dibujo del armario rack con las dimensiones calculadas en los pasos anteriores.

Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente

**Paso 6: Calcular la cantidad de switches que se pueden instalar**

Dado que cada switch tiene una altura de 4.445 cm y que debe haber un espacio de 8 cm entre cada uno, el espacio total necesario para cada switch y su separación es:

Para calcular la cantidad de switches que caben en el armario, dividimos la altura del armario entre 12.445 cm y tomamos la parte entera del resultado para obtener el número máximo de switches que pueden instalarse.

Para calcular cuántos switches se pueden instalar en el armario:

* Cada switch tiene una altura de 4.445 cm y debe mantener un espacio de 8 cm entre cada uno.
* Espacio total necesario por cada switch y separación:
* Con una altura de

Así, se pueden instalar **6 switches** en el rack, manteniendo el espacio requerido entre ellos.

**Definir variables y obtener la expresión matemática del volumen**

**Argumentación:**  
Para abordar este problema de optimización, primero es necesario identificar las dimensiones que determinan el volumen del armario: el ancho , la altura , y la profundidad . Las condiciones proporcionadas en el problema nos permiten expresar estas dimensiones en función de una sola variable.  
Sabemos que el ancho es 25 cm mayor que la altura, lo cual se traduce en la relación

. Además, el perímetro de la cara lateral menor, que tiene dimensiones de y , es de 245 cm. Al resolver esta ecuación, obtenemos que .  
Finalmente, utilizando estas relaciones, escribimos el volumen del armario como una función de :

Esta expresión nos permite analizar cómo cambia el volumen a medida que varía la altura .

**2. Encontrar el máximo de la función de volumen**

**Argumentación:**  
Para maximizar el volumen, derivamos la función respecto a y hallamos sus puntos críticos. Al resolver la ecuación , encontramos que el valor de que maximiza el volumen es aproximadamente **78.08 cm**.  
Este proceso de optimización utiliza la teoría de derivadas, que permite identificar máximos y mínimos de una función. Evaluamos el volumen en el punto crítico para confirmar que es un máximo, y no un mínimo, dada la naturaleza del problema (el volumen disminuye en los extremos del intervalo de y).

**3. Representación gráfica de la función y explicación del punto máximo**

**Argumentación:**  
La gráfica de muestra cómo el volumen cambia con diferentes valores de y. Al observar la curva, el punto máximo se encuentra en lo cual confirma el cálculo analítico.  
Este punto máximo representa la altura del armario que maximiza el volumen. Visualizar la función en una gráfica nos ayuda a confirmar que no existen otros máximos locales en el intervalo de interés, y que este valor de y es el óptimo para maximizar el espacio interior del armario.

**4. Hallar las dimensiones del armario para el volumen máximo**

**Argumentación:**  
Utilizando el valor de cm obtenido en el paso anterior, calculamos las otras dos dimensiones del armario: el ancho x y la profundidad z.  
Sustituyendo y en las relaciones:

* Estas dimensiones aseguran que el volumen sea máximo mientras se cumple con las condiciones iniciales, como el perímetro de la cara lateral.

**5. Dibujo del rack de comunicaciones**

**Argumentación:**  
El dibujo generado ilustra la estructura y dimensiones óptimas del armario rack, lo que facilita la visualización de cómo se distribuirá el espacio en su interior. Representar gráficamente el rack permite entender mejor su diseño físico, especialmente si se desea acomodar equipos de comunicaciones y organizar cables.

**6. Cálculo del número de switches que se pueden instalar en el rack**

**Argumentación:**  
Para calcular cuántos switches pueden instalarse en el rack, consideramos tanto la altura de cada switch (4.445 cm) como el espacio necesario entre ellos (8 cm). Esto da un espacio total de 12.445 cm por cada switch con su separación.  
Dividiendo la altura total del rack entre 12.445 cm, obtenemos que podemos instalar un máximo de **6 switches**. Este cálculo asegura que haya suficiente espacio entre cada equipo, lo cual es fundamental para el manejo de cables y el flujo de aire.

**Conclusión**

Este ejercicio de optimización aplicada demuestra cómo utilizar técnicas matemáticas para resolver problemas prácticos de diseño y maximización de recursos en el contexto de las telecomunicaciones. Al definir variables y expresiones, derivar funciones y analizar puntos críticos, logramos encontrar las dimensiones óptimas del rack de comunicaciones para maximizar su volumen.  
Además, el cálculo final de cuántos switches caben en el rack resalta la importancia de optimizar el espacio disponible y considerar la disposición del equipo para su uso práctico. En general, esta actividad muestra cómo los conceptos de optimización y análisis matemático son fundamentales en la ingeniería y la gestión de recursos físicos.